

Studiengang, Imma-Nr.:

Name, Vorname:

**Probeklausur zur “Mathematik für Physiker III” (Modul 321)
WS 2018/19**

Montag, 11. Februar 2019, 08:15-11:45 Uhr, Raum 02.27.0.01

Aufgabe 1. Man bestimme die Lösung des Anfangswertproblems

$$\begin{cases} \dot{x} &= 2t(1+x^2), \\ x(0) &= 0. \end{cases}$$

Aufgabe 2. Man beweise, daß die Integralgleichung

$$x(t) = \int_0^1 \exp\left(\frac{1}{2}tx(s)\right)ds - 1, \quad t \in [0, 1],$$

genau eine Lösung $x \in C[0, 1]$ mit Werten im Intervall $[0, 1]$ hat.

Aufgabe 3. Man bestimme alle Charakteristiken der partiellen Differentialgleichung

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} = 0.$$

im \mathbb{R}^2 .

Aufgabe 4. Sei \mathbb{B} der Einheitskreis um 0 im \mathbb{R}^2 . Man finde die Lösung des Cauchy-Problems

$$\begin{cases} x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} &= 2u & \text{in } \mathbb{B}, \\ u &= 10 & \text{auf } \partial\mathbb{B}. \end{cases}$$

Aufgabe 5. Man finde die Fouriertransformation der Heavisideschen Funktion $\theta(x)$.

Aufgabe 6. Die Funktion $\operatorname{sgn}(x)$ wird durch die Vorschrift

$$\operatorname{sgn}(x) = \begin{cases} 1 & \text{falls } x > 0; \\ 0 & \text{falls } x = 0; \\ -1 & \text{falls } x < 0 \end{cases}$$

gegeben. Man berechne die erste Ableitung von $\operatorname{sgn}(x)$ in $\mathcal{D}'(\mathbb{R})$.

Aufgabe 7. Zeigen Sie, dass die verallgemeinerte Funktion $\Phi(x) = x\theta(x)$ eine Fundamentallösung des Laplace-Operators auf der reellen Achse ist.

Aufgabe 8. Sei \mathcal{C} ein Weg im \mathbb{C} mit Anfangspunkt A und Endpunkt E . Man berechne das Integral

$$\int_{\mathcal{C}} \sin z \, dz.$$

Aufgabe 9. Man finde die Laurent-Reihe der Funktion $f(z) = \frac{z^3}{z^2 - 1}$ im Unendlichen.

Aufgabe 10. Man beschreibe alle Singularitäten der Funktion

$$f(z) = z e^{1/z^2}$$

in der komplexen Vollebene $\bar{\mathbb{C}} = \mathbb{C} \cup \{\infty\}$.

Aufgabe 11. Man berechne das Integral $\int_0^\infty \frac{\sqrt{x}}{x^2 + 1} dx$.

Aufgabe 12. Man bestimme die Anzahl der Wurzeln der Gleichung $z^{100} - 6z^4 - 9z^3 - 1 = 0$ im Inneren der Kreisscheibe $|z| < 1$.

Aufgabe 13. Finden Sie das Bild der Kreislinie um $z_0 = 1$ vom Radius 1 unter der Funktion

$$f(z) = \frac{1}{z}.$$

Aufgabe 14. Man rechne das Residuum $\text{res}_1 \frac{z}{\text{Log } z}$ aus.

Aufgabe 15. Entscheiden Sie W (wahr) oder F (falsch):

a)	b)	c)	d)	e)

- a) Jede gewöhnliche Differentialgleichung besitzt ein Fundamentalsystem. W/F ?
 b) Jedes Polynom ist eine temperierte Distribution. W/F ?
 c) Distributionen kann man miteinander multiplizieren. W/F ?
 d) Jede harmonische Funktion stimmt mit ihrem Mittelwert über eine Kugel überein. W/F ?
 e) Real- und Imaginärteil einer holomorphen Funktion sind harmonische Funktionen. W/F ?

Viel Spaß und viel Erfolg!

Für jede Aufgabe gibt es 4 Punkte.

Die Klausur ist bestanden, wenn 30 Punkte erreicht wurden.

WEITERE BEWERTUNG:

Erreichte Punktzahl	Note	Prädikat
0 - 6	6,0	ungenügend
6 - 30	5,0	mangelhaft
30 - 33	4,0	ausreichend
33 - 36	3,7	ausreichend
36 - 39	3,3	befriedigend
39 - 42	3,0	befriedigend
42 - 45	2,7	befriedigend
45 - 48	2,3	gut
48 - 51	2,0	gut
51 - 54	1,7	gut
54 - 57	1,3	sehr gut
57 - 60	1,0	sehr gut

HILFSMITTEL:

- 1) Skripten der Vorlesung sowie der Übung
- 2) Ein Lehrbuch im Gebiet "Mathematik"
- 3) Tafelwerk
- 4) Taschenrechner