# Übungsaufgaben zur Vorlesung
# "Mathematik für Physiker II"
# SS 2020

### Blatt 2 (Euler-Theorie)

Abgabetermin: Dienstag, den 5. Mai 2020, online auf Moodle

---

**Aufgabe 1.** Man bestimme die allgemeinen Lösungen der folgenden Differentialgleichungen:

*a*) $x''(t) + k^2 x(t) = \sin kt$, wobei $k \in \mathbb{R}$;
*b*) $x''(t) - 5x'(t) + 6x(t) = 4\sin 2t$.

**Aufgabe 2.** Seien $a$ und $b$ reelle Zahlen.

*a*) Man berechne ein Fundamentalsystem reeller Lösungen für

$$\dot{x}(t) = \begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix} x(t).$$

*b*) Man bestimme eine Fundamentalmatrix des Systems.

**Aufgabe 3.** Man berechne die Lösung

$$x(t) = \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{pmatrix}$$

des folgenden Anfangswertproblems:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} x(t), \quad t > 0, \\ x(0) &= \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

**Aufgabe 4.** Sei $V$ ein unitärer Vektorraum über $\mathbb{K}$. Man zeige: Eine endliche Menge $\{v_1, \ldots, v_n\}$ in $V$ ist linear unabhängig genau dann, wenn die Gramsche Determinante

$$\det \begin{pmatrix} (v_1, v_1) & (v_1, v_2) & \ldots & (v_1, v_n) \\ (v_2, v_1) & (v_2, v_2) & \ldots & (v_2, v_n) \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ (v_n, v_1) & (v_n, v_2) & \ldots & (v_n, v_n) \end{pmatrix}$$

nicht verschwindet.

**Aufgabe 5.** Bestimmen Sie die Lösung des inhomogenen Anfangswertproblems

$$\begin{aligned} x'''(t) - 4x''(t) + 5x'(t) - 2x(t) &= e^t, \quad t > 0, \\ x(0) &= 1, \\ x'(0) &= 0, \\ x''(0) &= 0. \end{aligned}$$

**Aufgabe 6.** Sei $\lambda \in \mathbb{R}$. Bestimmen Sie alle Lösungen des Randwertproblems

$$\begin{aligned} x''(t) - \lambda x(t) &= 0, \quad t \in (0, \pi), \\ x(0) &= 0, \\ x(\pi) &= 0. \end{aligned}$$

Viel Spaß und viel Erfolg!

---

| Aufgabe | 1 | | 2 | | 3 | 4 | 5 | 6 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | a | b | a | b | | | | | |
| Punkte | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 32 |